Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Факультет “Фундаментальные науки”
Кафедра “Высшая математика”

Математический анализ

Модуль 1. Элементарные функции и пределы

Лекция 1.1

к.ф.-м.н. Семакин А.Н.

Логические символы

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$ - любое положительное число x

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$ - любое положительное число x

2. $\exists$ - существует

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$ - любое положительное число x

2. $\exists$ - существует

$\exists x > 1$

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$ - любое положительное число x

2. $\exists$ - существует

$\exists x > 1$ - существует число x, большее одного

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$ - любое положительное число x

2. $\exists$ - существует

$\exists x > 1$ - существует число x, большее одного

3. $\Rightarrow$ - следует, следовательно, тогда, то

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$ - любое положительное число x

2. $\exists$ - существует

$\exists x > 1$ - существует число x, большее одного

3. $\Rightarrow$ - следует, следовательно, тогда, то

$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$ - любое положительное число x

2. $\exists$ - существует

$\exists x > 1$ - существует число x, большее одного

3. $\Rightarrow$ - следует, следовательно, тогда, то

$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$

4. $\Leftrightarrow$ - равносильно, эквивалентно, тогда и только тогда

Логические символы

1. $\forall$ - любой, для любого

$\forall x > 0$ - любое положительное число x

2. $\exists$ - существует

$\exists x > 1$ - существует число x, большее одного

3. $\Rightarrow$ - следует, следовательно, тогда, то

$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$

4. $\Leftrightarrow$ - равносильно, эквивалентно, тогда и только тогда

$x + 3 < 0 \Leftrightarrow x < -3$

5. $\in$ - принадлежит

Логические символы

5. $\in$ - принадлежит

$x \in A$

Логические символы

5. $\in$ - принадлежит

$x \in A$ - число x принадлежит множеству A

Логические символы

5. $\in$ - принадлежит

$x \in A$ - число x принадлежит множеству A

$1 \in \{1, 2, 3\}$

Логические символы

5. $\in$ - принадлежит

$x \in A$ - число x принадлежит множеству A

$1 \in \{1, 2, 3\}$

6. $\subset$ - включено

5. $\in$ - принадлежит

$x \in A$ - число x принадлежит множеству A

$1 \in \{1, 2, 3\}$

6. $\subset$ - включено

$A \subset B$

Логические символы

5. $\in$ - принадлежит

$x \in A$ - число x принадлежит множеству A

$1 \in \{1, 2, 3\}$

6. $\subset$ - включено

$A \subset B$ - множество A включено в множество B,

5. $\in$ - принадлежит

$x \in A$ - число x принадлежит множеству A

$1 \in \{1, 2, 3\}$

6. $\subset$ - включено

$A \subset B$ - множество A включено в множество B,т.е. все элементы множества A являются также и элементами множества B

Логические символы

5. $\in$ - принадлежит

$x \in A$ - число x принадлежит множеству A

$1 \in \{1, 2, 3\}$

6. $\subset$ - включено

$A \subset B$ - множество A включено в множество B,т.е. все элементы множества A являются также и элементами множества B

$\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

Множества чисел

Множества чисел

$$N = \{1, 2, ...\}$$

Множества чисел

$N = \{1, 2, ...\}$ - множество натуральных чисел

$N = \{1, 2, ...\}$ - множество натуральных чисел
$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, ...\}$

$N = \{1, 2, ...\}$ - множество натуральных чисел
$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, ...\}$ - множество целых чисел

Множества чисел

$N = \{1, 2, ...\}$ - множество натуральных чисел
$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, ...\}$ - множество целых чисел
Q - множество рациональных чисел.

Множества чисел

$N = \{1, 2, ...\}$ - множество натуральных чисел

$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, ...\}$ - множество целых чисел

Q - множество рациональных чисел.

Пример: $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

Множества чисел

$N = \{1, 2, ...\}$ - множество натуральных чисел

$Z = \{0, \pm1, \pm2, ...\}$ - множество целых чисел

Q - множество рациональных чисел.

Пример: $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

I - множество иррациональных чисел.

Множества чисел

$N = \{1, 2, ...\}$ - множество натуральных чисел

$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, ...\}$ - множество целых чисел

Q - множество рациональных чисел.

Пример: $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

I - множество иррациональных чисел.

Пример: $\sqrt{2}$, π.

Множества чисел

R - множество действительных чисел

Множества чисел

R - множество действительных чисел - это множество всех рациональных и иррациональных чисел

Теорема

Теорема

Определение

Математические утверждения, в правильности которых убеждаются путем рассуждений или доказательств, называются **теоремами**.

Теорема

Каждая теорема состоит из двух частей: из **условия** и **заключения**.

Каждая теорема состоит из двух частей: из **условия** и **заключения**. Условие — это то, что дано;

Теорема

Каждая теорема состоит из двух частей: из **условия** и **заключения**. Условие — это то, что дано; заключение — это то, что надо доказать.

Если в теореме условие сделать заключением, а заключение - условием,

Теорема

Если в теореме условие сделать заключением, а заключение - условием, то исходная теорема будет называться **прямой**, Если в теореме условие сделать заключением, а заключение - условием, то исходная теорема будет называться **прямой**, получившаяся - **обратной**,

Теорема

Если в теореме условие сделать заключением, а заключение - условием, то исходная теорема будет называться **прямой**, получившаяся - **обратной**, а обе теоремы вместе - **взаимно обратными**.

Теорема

Определение

Необходимым условием называется условие, без соблюдения которого данное утверждение не может быть истинным.

Теорема

Определение

Достаточным условием называется такое условие, при выполнении которого данное утверждение является истинным.

Расширенное множество действительных чисел

Расширенное множество действительных чисел

Определение

Дополним множество действительных чисел R двумя элементами $+\infty$ и $-\infty$.

Определение

Дополним множество действительных чисел R двумя элементами $+\infty$ и $-\infty$.Полученное множество называется **расширенным множеством действительных чисел** и обозначается $\overline{R}$.

Определение

Дополним множество действительных чисел R двумя элементами $+\infty$ и $-\infty$.Полученное множество называется **расширенным множеством действительных чисел** и обозначается $\overline{R}$.

$a \in \overline{R} \to a$ - конечное число, $+\infty$ или $-\infty$.

Определение

Элементы $+\infty$ и $-\infty$ называются **бесконечными числами**.

Свойства бесконечных чисел

Расширенное множество действительных чисел

Свойства бесконечных чисел

1) $-\infty < +\infty$

Свойства бесконечных чисел

1) $-\infty < +\infty$

2) $(+\infty) + (+\infty) = +\infty$

Расширенное множество действительных чисел

Свойства бесконечных чисел

1) $-\infty < +\infty$

2) $(+\infty) + (+\infty) = +\infty$

3) $(-\infty) + (-\infty) = -\infty$

Расширенное множество действительных чисел

Свойства бесконечных чисел

1) $-\infty < +\infty$

2) $(+\infty) + (+\infty) = +\infty$

3) $(-\infty) + (-\infty) = -\infty$

4) $(+\infty) \cdot (+\infty) = (-\infty) \cdot (-\infty) = +\infty$

Расширенное множество действительных чисел

Свойства бесконечных чисел

1) $-\infty < +\infty$

2) $(+\infty) + (+\infty) = +\infty$

3) $(-\infty) + (-\infty) = -\infty$

4) $(+\infty) \cdot (+\infty) = (-\infty) \cdot (-\infty) = +\infty$

5) $(+\infty) \cdot (-\infty) = (-\infty) \cdot (+\infty) = -\infty$

Для конечного числа a справедливы свойства

Расширенное множество действительных чисел

Для конечного числа a справедливы свойства

1) $-\infty < a < +\infty$

Расширенное множество действительных чисел

Для конечного числа a справедливы свойства

1) $-\infty < a < +\infty$

2) $a + (+\infty) = +\infty$

Для конечного числа a справедливы свойства

1) $-\infty < a < +\infty$

2) $a + (+\infty) = +\infty$

3) $a + (-\infty) = -\infty$

Расширенное множество действительных чисел

Для конечного числа a справедливы свойства

1) $-\infty < a < +\infty$

2) $a + (+\infty) = +\infty$

3) $a + (-\infty) = -\infty$

4) если $a > 0$, то

$a \cdot (+\infty) = +\infty$, $a \cdot (-\infty) = -\infty$

Расширенное множество действительных чисел

Для конечного числа a справедливы свойства

1) $-\infty < a < +\infty$

2) $a + (+\infty) = +\infty$

3) $a + (-\infty) = -\infty$

4) если $a > 0$, то

$a \cdot (+\infty) = +\infty$, $a \cdot (-\infty) = -\infty$

5) если $a < 0$, то

$a \cdot (+\infty) = -\infty$, $a \cdot (-\infty) = +\infty$

Выражения

$$(+\infty)+(-\infty),\ (+\infty)-(+\infty),$$

Выражения

$$(+\infty)+(-\infty),\ (+\infty)-(+\infty),$$
$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty},\ (\pm\infty)^0,\ (\pm\infty)\cdot 0,\ 1^{\pm\infty}$$

Выражения

$$(+\infty)+(-\infty),\ (+\infty)-(+\infty),$$
$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty},\ (\pm\infty)^0,\ (\pm\infty)\cdot 0,\ 1^{\pm\infty}$$

неопределены и называются **неопределенностями**.

Выражения

$$(+\infty)+(-\infty),\ (+\infty)-(+\infty),$$
$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty},\ (\pm\infty)^0,\ (\pm\infty)\cdot 0,\ 1^{\pm\infty}$$

неопределены и называются **неопределенностями**.

Если знак бесконечного числа неизвестен, то это число называется **бесконечностью без знака** и обозначается ∞.

Промежутки

Промежутки

1) Отрезок

Промежутки

1) Отрезок

$[a, b]$

Промежутки

1) Отрезок

$$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$$

1) Отрезок
$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$

Промежутки

1) Отрезок
$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$
2) Интервал

Промежутки

1) Отрезок

$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$

2) Интервал

(a, b)

Промежутки

1) Отрезок
$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$
2) Интервал
$(a, b) = \{x | a < x < b\}$

Промежутки

1) Отрезок

$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$

2) Интервал

$(a, b) = \{x | a < x < b\}$

3) Полуинтервал

Промежутки

1) Отрезок

$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$

2) Интервал

$(a, b) = \{x | a < x < b\}$

3) Полуинтервал

$[a, b)$

Промежутки

1) Отрезок

$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$

2) Интервал

$(a, b) = \{x | a < x < b\}$

3) Полуинтервал

$[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$

Промежутки

1) Отрезок

$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$

2) Интервал

$(a, b) = \{x | a < x < b\}$

3) Полуинтервал

$[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$

$(a, b]$

Промежутки

1) Отрезок

$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ - множество действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$

2) Интервал

$(a, b) = \{x | a < x < b\}$

3) Полуинтервал

$[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$

$(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$

Свойства числовых множеств

Промежутки - частный случай числового множества, т.е. множества, содержащего некоторый набор чисел.

Промежутки - частный случай числового множества, т.е. множества, содержащего некоторый набор чисел.

Примеры:

Промежутки - частный случай числового множества, т.е. множества, содержащего некоторый набор чисел.

Примеры:

$[1, 3]$ - отрезок,

Свойства числовых множеств

Промежутки - частный случай числового множества, т.е. множества, содержащего некоторый набор чисел.

Примеры:

$[1, 3]$ - отрезок,

$(1, 4)$ - интервал,

Свойства числовых множеств

Промежутки - частный случай числового множества, т.е. множества, содержащего некоторый набор чисел.

Примеры:

$[1, 3]$ - отрезок,

$(1, 4)$ - интервал,

$\{1, 3, 5\}$ - числовое множество с элементами 1, 3, 5.

Определение

Числовое множество E называется **ограниченным сверху (снизу)**, если

$$\exists b \in R \quad \forall x \in E\colon x \le b \ (x \ge b).$$

Расшифровка математических символов:

Расшифровка математических символов:
$\exists b \in R$ - существует такое действительное число b, что

Расшифровка математических символов:
$\exists b \in R$ - существует такое действительное число b, что
$\forall x \in E$ - для любого числа x из множества E

Свойства числовых множеств

Расшифровка математических символов:

$\exists b \in R$ - существует такое действительное число b, что

$\forall x \in E$ - для любого числа x из множества E

: - выполняется

Свойства числовых множеств

Расшифровка математических символов:

$\exists b \in R$ - существует такое действительное число b, что

$\forall x \in E$ - для любого числа x из множества E

: - выполняется

$x \leq b$ - x меньше или равен b

Расшифровка математических символов:

$\exists b \in R$ - существует такое действительное число b, что

$\forall x \in E$ - для любого числа x из множества E

: - выполняется

$x \leq b$ - x меньше или равен b

$x \geq b$ - x больше или равен b

Определение

Числовое множество E называется **неограниченным сверху (снизу)**, если

$$\forall b \in R \quad \exists x \in E \colon x > b \; (x < b)$$

Расшифровка математических символов:

Расшифровка математических символов:

$\forall b \in R$ - для любого действительного числа b

Расшифровка математических символов:

$\forall b \in R$ - для любого действительного числа b

$\exists x \in E$ - существуе такое число x из множества E, что

Расшифровка математических символов:

$\forall b \in R$ - для любого действительного числа b

$\exists x \in E$ - существуе такое число x из множества E, что

: - выполняется

Свойства числовых множеств

Расшифровка математических символов:

$\forall b \in R$ - для любого действительного числа b

$\exists x \in E$ - существуе такое число x из множества E, что

: - выполняется

$x > b$ - x больше b

Свойства числовых множеств

Расшифровка математических символов:

$\forall b \in R$ - для любого действительного числа b

$\exists x \in E$ - существуе такое число x из множества E, что

: - выполняется

$x > b$ - x больше b

$x < b$ - x меньше b

Определение

Множество E называется **ограниченным**, если $\exists b > 0\ \forall x \in E$: $|x| \leq b$

Определение

Наименьшее из всех чисел, ограничивающих множество E сверху, называется его **точной верхней гранью** и обозначается $supE$ (читается "супремум E").

Определение
Наибольшее среди всех чисел, ограничивающих множество E снизу, называется его **точной нижней гранью** и обозначается $infE$ (читается "инфимум E").

Принцип вложенных отрезков

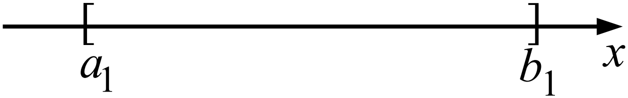
Принцип вложенных отрезков

Рассмотрим бесконечную последовательность отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, …, $[a_n, b_n]$, …

Принцип вложенных отрезков

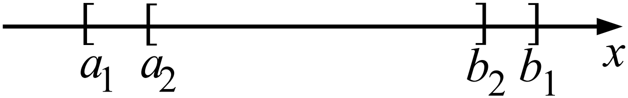
Рассмотрим бесконечную последовательность отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, …, $[a_n, b_n]$, …

Рассмотрим бесконечную последовательность отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, …, $[a_n, b_n]$, …



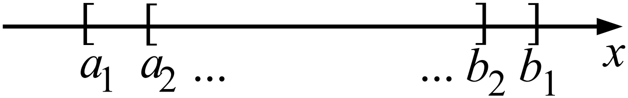
Принцип вложенных отрезков

Рассмотрим бесконечную последовательность отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, …, $[a_n, b_n]$, …



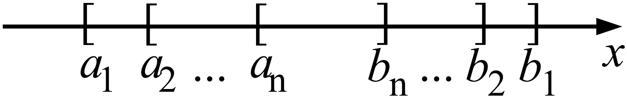
Принцип вложенных отрезков

Рассмотрим бесконечную последовательность отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, …, $[a_n, b_n]$, …



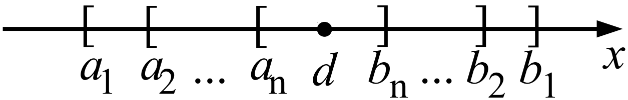
Принцип вложенных отрезков

Рассмотрим бесконечную последовательность отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, …, $[a_n, b_n]$, …



Принцип вложенных отрезков

Рассмотрим бесконечную последовательность отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, …, $[a_n, b_n]$, …



Принцип вложенных отрезков

Определение
Система отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, ..., $[a_n, b_n]$, ... называется **системой вложенных отрезков**, если
$a_1 \le a_2 \le \ldots \le a_n \le \ldots \le b_n \le \ldots \le b_2 \le b_1$.

Определение

Говорят, что **длина вложенных отрезков стремится к нулю**, если $\forall \varepsilon > 0 \ \exists n(\varepsilon) \in N \ \forall n > n(\varepsilon)\colon |b_n - a_n| < \varepsilon.$

Расшифровка математических символов:

Принцип вложенных отрезков

Расшифровка математических символов:

$\forall \varepsilon > 0$ - для любого положительного ε

Расшифровка математических символов:
$\forall \varepsilon > 0$ - для любого положительного ε
$\exists n(\varepsilon) \in N$ - существует натуральное число n, зависящее от ε, такое что

Принцип вложенных отрезков

Расшифровка математических символов:

$\forall \varepsilon > 0$ - для любого положительного ε

$\exists n(\varepsilon) \in N$ - существует натуральное число n, зависящее от ε, такое что

$\forall n > n(\varepsilon)$ - для любого натурального числа n, превосходящего $n(\varepsilon)$

Принцип вложенных отрезков

Расшифровка математических символов:

$\forall \varepsilon > 0$ - для любого положительного ε

$\exists n(\varepsilon) \in N$ - существует натуральное число n, зависящее от ε, такое что

$\forall n > n(\varepsilon)$ - для любого натурального числа n, превосходящего $n(\varepsilon)$

: - выполняется

Принцип вложенных отрезков

Расшифровка математических символов:

$\forall \varepsilon > 0$ - для любого положительного ε

$\exists n(\varepsilon) \in N$ - существует натуральное число n, зависящее от ε, такое что

$\forall n > n(\varepsilon)$ - для любого натурального числа n, превосходящего $n(\varepsilon)$

: - выполняется

$|b_n - a_n| < \varepsilon$ - модуль разности b_n и a_n меньше ε.

Принцип вложенных отрезков

Теорема (принцип вложенных отрезков)

Теорема (принцип вложенных отрезков)
Для всякой системы вложенных отрезков $[a_n, b_n]$, $n = 1, 2, ...$ с длинами, стремящимися к нулю, существует единственная точка d, которая принадлежит всем отрезкам системы, причем $d = sup\{a_n\} = inf\{b_n\}$.

Числовая функция

Определение

Числовая функция - это правило, ставящее в соответствие каждому элементу некоторого числового множества X некоторое число из множества действительных чисел

Числовая функция

Определение

Числовая функция - это правило, ставящее в соответствие каждому элементу некоторого числового множества X некоторое число из множества действительных чисел

Обозначение: $y = f(x)$

Определение

Графиком функции $y = f(x)$ называется множество точек $(x, f(x))$, где $x \in X$.

Числовая функция

Определение
Пусть дана функция $y = f(x)$. Функция, ставящая в соответствие каждому числу y соответствующее значение x, называется **обратной функцией**.

Определение

Пусть дана функция $y = f(x)$. Функция, ставящая в соответствие каждому числу y соответствующее значение x, называется **обратной функцией**.

Обозначение: $x = f^{-1}(y)$

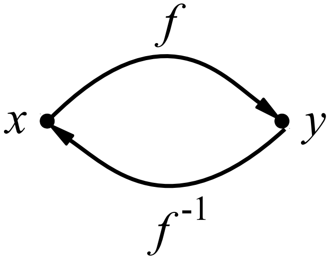
Числовая функция

$$x \bullet \qquad\qquad\qquad \bullet\, y$$

Числовая функция

$$x \xrightarrow{f} y$$

Числовая функция



Определение
Пусть даны функции $y = f(x)$ и $z = g(y)$. Функция $z = g(f(x))$ называется **сложной функцией** или **композицией функций** f и g.

Определение

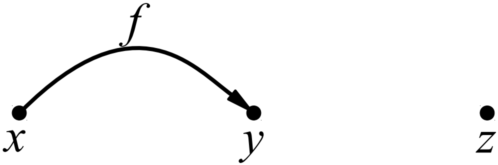
Пусть даны функции $y = f(x)$ и $z = g(y)$.

Функция $z = g(f(x))$ называется **сложной функцией** или **композицией функций** f и g.

Обозначение: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Числовая функция

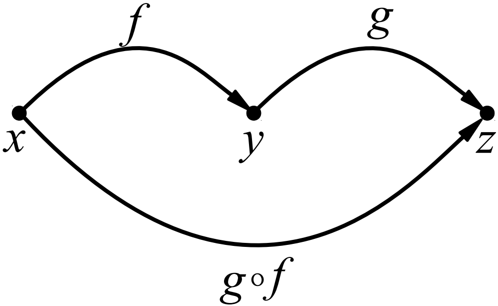
Числовая функция



Числовая функция

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, bend left, "f"] & y \arrow[r, bend left, "g"] & z \end{tikzcd}$$

Числовая функция



К основным элементарным функциям относятся:

К основным элементарным функциям относятся:

1) $y = x^{\alpha}$

Элементарные функции

К основным элементарным функциям относятся:

1) $y = x^{\alpha}$

2) $y = a^{x}, a > 0, a \neq 1$

К основным элементарным функциям относятся:

1) $y = x^\alpha$

2) $y = a^x, a > 0, a \neq 1$

3) $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$

Элементарные функции

К основным элементарным функциям относятся:

1) $y = x^{\alpha}$

2) $y = a^{x}, a > 0, a \neq 1$

3) $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$

4) $y = \sin x,\ y = \cos x,\ y = \operatorname{tg} x,\ y = \operatorname{ctg} x$

Элементарные функции

К основным элементарным функциям относятся:

1) $y = x^{\alpha}$

2) $y = a^x, a > 0, a \neq 1$

3) $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$

4) $y = \sin x,\ y = \cos x,\ y = \operatorname{tg} x,\ y = \operatorname{ctg} x$

5) $y = \arcsin x,\ y = \arccos x,\ y = \operatorname{arctg} x,$
$y = \operatorname{arcctg} x$

Определение

Функция называется **элементарной**, если она задана с помощью формулы, содержащей конечное число арифметических операций и суперпозиций основных элементарных функций.

Определение

Функция называется **элементарной**, если она задана с помощью формулы, содержащей конечное число арифметических операций и суперпозиций основных элементарных функций.

Примеры: $y = 2x^2 + 3x + 5,$

$$y = \sin(2^x).$$

Пример функции, которая не является элементарной:

$$y = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ \sin x, & x > 0. \end{cases}$$

Классификация элементарных функций:

Классификация элементарных функций:

1) многочлен (полином)

Классификация элементарных функций:

1) многочлен (полином)

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0,$

Классификация элементарных функций:

1) многочлен (полином)

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0,$$

2) рациональная функция

(дробно-рациональная функция)

Классификация элементарных функций:

1) многочлен (полином)

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$,

2) рациональная функция

(дробно-рациональная функция)

$y = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, где $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ - полиномы,

Классификация элементарных функций:

1) многочлен (полином)

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$,

2) рациональная функция

(дробно-рациональная функция)

$y = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, где $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ - полиномы,

3) иррациональная функция

Классификация элементарных функций:

1) многочлен (полином)

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$,

2) рациональная функция

(дробно-рациональная функция)

$y = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, где $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ - полиномы,

3) иррациональная функция - это функция, содержащая иррациональности

Классификация элементарных функций:

1) многочлен (полином)

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$,

2) рациональная функция

(дробно-рациональная функция)

$y = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, где $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ - полиномы,

3) иррациональная функция - это функция,

содержащая иррациональности

$y = x + \sqrt[3]{x}$,

Классификация элементарных функций:

4) трансцендентная функция

Элементарные функции

Классификация элементарных функций:

4) трансцендентная функция - это функция, содержащая в себе различные тригонометрические, обратные тригонометрические, показательные и логарифмические функции.

Элементарные функции

Классификация элементарных функций:

4) трансцендентная функция - это функция, содержащая в себе различные тригонометрические, обратные тригонометрические, показательные и логарифмические функции.

$y = x + \sqrt{x} + \sin x.$